

## Hoofdstuk 13: Tweeweg ANOVA

### 13.1 Het tweeweg ANOVA-model

#### Meerdere factoren

Bij eenweg ANOVA delen we populaties in volgens één categorische variabele (ook wel factor genoemd). Bij tweeweg ANOVA maken we gebruik van twee factoren; elke factor heeft meerdere niveaus. Wanneer we geïnteresseerd zijn in de effecten van twee factoren, is het gebruik van tweeweg ANOVA veel handiger dan het gebruik van eenweg ANOVA. Een voorbeeld is dat een onderzoeker wil weten in hoeverre temperatuur *en* licht invloed hebben op de snelheid van leren.

- De onderzoeker kan dan drie condities voor licht creëren: (1) geen licht, (2) normaal licht en (3) fel licht.
- Voor temperatuur kan hij drie soorten temperaturen gebruiken: (1) 0, (2) 10 en (3) 40 graden.
- Licht en temperatuur zijn de *factoren* binnen dit design. Deze condities van de twee factoren moeten vervolgens gecombineerd worden.
- In totaal zijn er dan negen condities. Dit worden ook wel *cellen* genoemd.

#### Hoofdeffecten en interactie-effecten

Als de onderzoeker het experiment met de negen cellen uitvoert, is hij geïnteresseerd in meerdere onderwerpen:

- De verschillen in gemiddelden tussen de lichtniveaus. Hierbij gaat het over het *hoofdeffect* van licht.
- De verschillen in gemiddelden tussen de temperatuurniveaus. Hierbij gaat het om het *hoofdeffect* van temperatuur.
- Verschillen in gemiddelden die ontstaan door een unieke combinatie van een specifieke temperatuur en een specifiek lichtniveau. Een voorbeeld is dat leren bovengemiddeld snel gaat wanneer mensen onder normaal licht en in een ruimte met 10 graden moeten leren. In dit geval is er sprake van een *interactie-effect*.

#### Voordelen van tweeweg ANOVA

Tweeweg ANOVA verdient de voorkeur boven eenweg ANOVA, omdat:

- Het efficiënter is om twee factoren tegelijkertijd te bestuderen dan ze afzonderlijk te onderzoeken.
- De residuele spreiding in het model verminderd kan worden door een tweede factor toe te voegen die invloed heeft op de responsvariabele.
- We middels tweeweg ANOVA uitspraken kunnen doen over interactie-effecten tussen factoren.

#### Het tweeweg ANOVA-model

De twee factoren bij tweeweg ANOVA noemen we A en B. Factor A zal I aantal niveaus hebben en factor B zal J aantal niveaus hebben. We noemen tweeweg ANOVA daarom ook wel IxJ ANOVA. Bij een tweeweg design wordt elk niveau van factor A gecombineerd met elk niveau van factor B. De steekproefgrootte voor niveau i van factor A en voor niveau j voor factor B is  $n_{ij}$ . Het totale aantal observaties is:

- $N = \sum n_{ij}$ .

We hebben onafhankelijke random steekproeven (SRS'en) van grootte  $n_{ij}$  voor elke combinatie van factorniveaus. We gaan er vanuit dat de populaties normaal verdeeld zijn. De populatiegemiddelden ( $\mu_i$ ) kunnen verschillend zijn, maar alle populaties hebben dezelfde standaarddeviatie ( $\sigma$ ). De onbekende parameters zijn  $\sigma$  en  $\mu_i$ . Bij eenweg ANOVA staat  $x_{ijk}$  voor de  $k$ -ste observatie uit de populatie met factor A op niveau  $i$  en factor B op niveau  $j$ . Het statistische model is daarom:  $x_{ijk} = \mu_i + \varepsilon_{ijk}$ . In dit model staat  $\mu_i$  voor het fit-gedeelte en  $\varepsilon_{ijk}$  voor het residu-gedeelte.

### SSM en DFM bij tweeweg ANOVA

Bij tweeweg ANOVA kan SSM opgedeeld worden in SSA (hoofdeffect voor A), SSB (hoofdeffect voor B) en SSAB (interactie-effect voor A en B). Hetzelfde geldt voor de vrijheidsgraden:  $DFM = DFA + DFB + DFAB$ . Als we een interactie-effect vinden, betekent dat niet dat de hoofdeffecten onbelangrijk zijn. Het is ook mogelijk om tweeweg ANOVA uit te voeren wanneer *dezelfde* deelnemers aan alle condities worden blootgesteld. In dit geval wordt ook wel van een *repeated-measures design* gesproken.

## 13.2 De ANOVA-tabel voor tweeweg ANOVA

### De ANOVA-tabel

Omdat er bij tweeweg ANOVA sprake is van twee factoren, zit de ANOVA-tabel anders in elkaar:

Bron	Vrijheidsgraden	SS	MS	F
A	I-1	SSA	SSA/DFA	MSA/MSE
B	J-1	SSB	SSB/DFB	MSB/MSE
AB	(I-1)(j-1)	SSAB	SSAB/DFAB	MSAB/MSE
Error	N-IJ	SSE	SSE/DFE	
Totaal	N-1	SST		

### Hypothesen voor tweeweg ANOVA

Bij tweeweg ANOVA worden drie hypothesen getoetst aan de hand van F-toetsen. De nulhypothesen stellen dat er geen hoofdeffecten voor A en B bestaan. Een derde nulhypothese stelt dat er geen interactie-effect tussen A en B bestaat.

- Om het hoofdeffect van A te toetsen:  $F_A = MSA/MSE$ .
- Om het hoofdeffect van B te toetsen:  $F_B = MSB/MSE$ .
- Om het interactie-effect tussen A en B te toetsen:  $F_{AB} = MSAB/MSE$ .