
20. Multilevel lineaire modellen

Hiërarchische gegevens

Veel fenomenen zijn ingebed in een bredere context. Variabelen kunnen dus ook hiërarchisch zijn, ingebed zijn in variabelen op hogere niveaus. Deze variabelen op hogere niveaus worden *contextuele variabelen* genoemd. Op het eerste niveau worden bijvoorbeeld individuen gemeten, en op het tweede niveau wordt de omgeving gemeten waarin het individu is ingebed. Kinderen zijn bijvoorbeeld onderdeel van een klas, die een bepaalde leeromgeving heeft met een bepaalde docent, en die klassen zijn weer onderdeel van een bepaalde school, die qua leerklimaat weer verschilt van andere scholen. De klas en de school zijn dan contextuele variabelen.

Hiërarchische gegevens zijn niet alleen voor situaties tussen verschillende participanten, maar ook binnen participanten. De variabele op niveau 1 kunnen dan bijvoorbeeld herinneringen zijn van een bepaalde participant.

Door de hiërarchie in de variabelen is er afhankelijkheid in de data, wat betekent dat de residuen gecorreleerd zijn. Een klas kinderen met dezelfde docent worden allemaal beïnvloed door die docent, wat vergelijkbare metingen tussen de kinderen kan opleveren. Om de afhankelijkheid tussen de observaties te berekenen gebruiken we de intraclass correlatie (ICC). De ICC staat voor de proportie van de variatie in de uitkomst die toe te schrijven is aan de contextuele variabele (dus de klas in het voorbeeld). Als de klas veel invloed heeft op de kinderen is er weinig variatie in scores in de klas, de kinderen gedragen zich hetzelfde. De variatie binnen klassen is minimaal en de variatie tussen klassen maximaal, dus de ICC is dan groot.

De voordelen van een multilevel model

Multilevel lineaire modellen kunnen op veel manieren gebruikt worden en hebben een aantal voordelen.

1. Als de assumptie van homogeniteit van regressieslopes bij een ANCOVA geschonden wordt, kan een multilevel lineair model worden gebruikt om de variatie tussen deze richtingscoëfficiënten te meten.
2. De gegevens hoeven niet te voldoen aan de assumptie van onafhankelijkheid.
3. Een multilevel model is goed te gebruiken wanneer de gegevens missende waarden bevatten.

De theorie

Een *vast effect* is een effect waarbij alle mogelijke condities waarin een onderzoeker geïnteresseerd is aanwezig zijn in het experiment. Het effect wordt een *random effect* wanneer het experiment alleen een random steekproef van mogelijke condities bevat. Een vast effect kan alleen gegeneraliseerd worden naar de condities in het experiment, terwijl random effecten ook gegeneraliseerd kunnen worden buiten de condities in het experiment.

Een *vaste variabele* verandert (in principe) niet over tijd (bijvoorbeeld geslacht) en een *random variabele* kan wel veranderen over tijd (bijvoorbeeld gewicht).

Bij multilevel modellen heb je het onderscheid tussen *vaste coëfficiënten* en *random coëfficiënten*. Bij de regressie, ANOVA en ANCOVA worden vaste coëfficiënten gebruikt. De b-waardes in de regressievergelijking zijn vaste waardes, die voor de hele steekproef gelden. De scores van elke deelnemer worden voorspeld met dezelfde parameters. Bij random coëfficiënten kunnen de b-waarden wel veranderen.

De simpelste manier om random parameters in het model op te nemen is door aan te nemen dat de intercept (b_0) verschilt in verschillende contexten of bij verschillende groepen. Omdat de intercept kan variëren, wordt dit een *random intercept* genoemd. De lijnen hebben dezelfde helling, maar een verschillend beginpunt. Als de richtingscoëfficiënten van de groepen verschillen, kan je zeggen dat je *random slopes* hebt, de lijnen lopen dan niet parallel, maar bij een vaste intercept beginnen ze wel allemaal in hetzelfde punt. Als je random slopes (richtingscoëfficiënten) hebt, heb je in werkelijkheid ook doorgaans random intercepts. De meest realistische situatie is dus waarin je zowel een random intercept als random slope hebt.

Het model

Het model voor een multilevel lineair model ziet er hetzelfde uit als een model voor regressie, behalve dat een regressiemodel een vaste intercept (b_0) en een vaste regressiecoëfficiënt (slope) heeft. Als je een random intercept hebt, komt er een extra term bij de intercept die aangeeft hoeveel variatie er is in de b_0 -waardes in het model. Het model met een vaste slope en een random intercept ziet er zo uit:

$$Y_{ij} = (b_0 + u_{0j}) + b_1 X_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

b_0 staat voor de intercept van het hele model, u_{0j} staat voor hoeveel de b_0 varieert. In de vergelijking betekent j het niveau van de variabele waarbij de intercept varieert, dus de niveau 2 variabele. i is de variabele van niveau 1. De vergelijking kan ook op een andere manier genoteerd worden:

$$Y_{ij} = b_{0j} + b_1 X_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

$$b_{0j} = b_0 + u_{0j}$$

Een model met een vaste intercept en een random slope ziet er als volgt uit:

$$Y_{ij} = b_0 + (b_1 + u_{1j})X_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

Ook deze vergelijking kan op een andere manier geschreven worden.

$$Y_{ij} = b_0 + b_{1j}X_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

$$b_{1j} = b_1 + u_{1j}$$

Met een random intercept en een random slope, combineer je de bovenstaande modellen. Het model wordt dan:

$$Y_{ij} = (b_0 + u_{0j}) + (b_1 + u_{1j})X_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

Of:

$$Y_{ij} = b_{0j} + b_{1j}X_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

$$b_{0j} = b_0 + u_{0j}$$

$$b_{1j} = b_1 + u_{1j}$$

De fit van een multilevel model wordt getest met een chi-square likelihood ratio test. De statistiek die ervoor gegeven wordt, is de -2 log-likelihood en hoe kleiner de waarde, hoe beter. Er zijn ook aangepaste versies van de -2LL.

Akaike's information criterion (*AIC*): Deze statistiek houdt rekening met het aantal parameters dat geschat wordt.

Hurvich and Tsai's criterion (*AICC*): Hetzelfde als de AIC alleen speciaal ontworpen voor kleine steekproeven.

Bozdogan's criterion (*CAIC*): Deze statistiek lijkt ook op de AIC maar corrigeert voor het model en de steekproefgrootte.

Schwarz's Bayesian criterion (*BIC*): Deze statistiek is iets conservatiever en het is geschikt voor grote steekproeven met weinig parameters.

Bij alle statistieken geldt hoe kleiner de waarde, hoe beter de fit.

Aangeraden wordt te beginnen met een model met alleen vaste parameters en random coëfficiënten toe te voegen als dat nodig is. Hiermee kun je de fit van het nieuwe model vergelijken met het basismodel.

$$\chi^2_{\text{verandering}} = (-2LL_{\text{oud}}) - (-2LL_{\text{nieuw}})$$

$$df_{\text{verandering}} = \text{Aantal parameters}_{\text{oud}} - \text{Aantal parameters}_{\text{nieuw}}$$

Deze vergelijking geldt alleen wanneer de volledige maximum-likelihood schatting gebruikt wordt en wanneer het nieuwe model alle effecten van het oude model bevat.

Covariantiestructuren

Als je random effecten of herhaalde metingen in het model hebt, kun je een covariantiestructuur toepassen. Er zijn verschillende mogelijke covariantiestructuren en het is belangrijk dat de juiste gekozen wordt, omdat SPSS op basis daarvan de parameters schat. Je kunt het beste de analyse meerdere keren uitvoeren, met verschillende structuren, en op basis van de goodness-of-fit statistieken de beste kiezen.

Er zijn vier veel voorkomende structuren. De matrices hierbij staan op pagina 827.

De *variantiecomponenten structuur* gaat ervan uit dat de random effecten onafhankelijk van elkaar zijn, en dat de varianties van de random effecten hetzelfde zijn en opgeteld de variantie van de uitkomstvariabele zijn.

De *diagonale structuur* gaat ervan uit dat de varianties heterogeen zijn en dat de covarianties onafhankelijk zijn en dus zijn de getallen die niet op de diagonaal van de matrix liggen 0.

Bij de *AR(1)* verandert de relatie tussen varianties op een systematische manier. Als je de rijen en kolommen ziet als tijdstippen, gaat het ervan uit dat de correlaties het grootst zijn bij de punten die er gelijk op volgen. Deze structuur wordt gebruikt bij een herhaalde metingen design.

Bij de *ongestructureerde structuur* wordt van geen enkele variantie uit gegaan en is er geen patroon in de matrix.

Praktische zaken

Een multilevel model is ook gewoon een lineair model, dus alle gebruikelijke assumpties gelden hiervoor. De assumptie van onafhankelijkheid kan meestal worden omzeild als dit wordt veroorzaakt door een niveau 2 of 3 variabele. Een extra assumptie is dat de random intercepts en slopes normaal verdeeld moeten zijn over het model. Als je in je model interacties hebt over de verschillende niveaus van de hiërarchie, kan multicollineariteit een probleem zijn. Hierbij helpt het centreren van voorspellers.

Het is mogelijk om een robuust betrouwbaarheidsinterval te produceren voor de parameters in het model met de bootstrap methode. De steekproefgrootte en power voor multilevel modellen zijn erg ingewikkeld, want het gaat om de power om zowel de vaste als de random effecten te meten. Voor de steekproef geldt, hoe groter, hoe beter.

Centreren

Het *centreren* van een variabele is de variabele transformeren naar deviaties vanaf een vast punt. Dit vaste punt is meestal het grote gemiddelde of het groepsgemiddelde. Bij centreren vanaf het groepsgemiddelde worden meestal niveau 1 variabelen gecentreerd op het gemiddelde van een niveau 2 variabele. In het voorbeeld bij plastische chirurgie betekent dit dat bijvoorbeeld de leeftijd van de personen (leeftijd is een niveau 1 variabele) wordt gecentreerd rondom de gemiddelde leeftijd van de kliniek waar ze de ingreep lieten uitvoeren (de kliniek is een niveau 2 variabele). Centreren wordt gebruikt wanneer je multicollineariteit wilt tegengaan en wanneer de voorspellers geen betekenisvol nulpunt hebben.

Bij grote gemiddelde centreren verandert het model zelf niet, het heeft dezelfde voorspelde waarden en dezelfde residuen, alleen de b-waarden zijn verschillend, en dus is de interpretatie anders. Bij groepsgemiddelde centreren verandert het model wel. Welke methode je kiest, is afhankelijk waarvoor je het wil gebruiken en in welk effect in je model je specifiek geïnteresseerd bent.

SPSS

SPSS is niet het beste programma voor multilevel modellen, het kan bijvoorbeeld geen analyse uitvoeren wanneer de uitkomstvariabele categorisch is. Het is dus het beste om te beginnen met een basismodel met alleen vaste coëfficiënten. Hoe je de data invoert, hangt af van je design. Bij een tussengroepsontwerp staan de participanten in de rijen en de variabelen in de kolommen.

Als je de datastructuur negeert, is het een ANOVA

In de eerste analyse wordt nog geen rekening gehouden met de hiërarchie, waardoor het in feite gewoon een ANOVA is. Voor een multilevel analyse in SPSS ga je naar Analyze – Mixed models – Lineair. Dan komt er een scherm in beeld waarin je de hiërarchische volgorde kan aangeven. Als je verder klikt, krijg je het standaard scherm waar je de uitkomstvariabele (bij Dependent variable) en de voorspellers (bij Covariates) invult. Categorische voorspellers horen in principe bij Factors, maar dit is niet noodzakelijk als je voorspeller al een dummy codering heeft. Bij een herhaalde metingen ontwerp, waarbij de categorieën verschillende punten in de tijd weergeven, moet je de voorspeller ook invullen bij Covariates in plaats van Factors.

Bij Fixed en Random kan je aangeven welke variabelen vast of random zijn. Bij Estimation kun je de setting voor het schatten van de parameters aanpassen. De standaard opties zijn prima, alleen moet je kiezen of je de Restricted Maximum Likelihood wilt gebruiken of de Maximum Likelihood. Als je modellen wil vergelijken, moet je de laatste optie kiezen.

Bij Statistics is het handig om Parameter estimates aan te klikken, dit geeft de b-waarden en de significanties. Tests for covariance parameters geeft de significantie voor elke covariantieschatting in het model, de waarden van u in de formules voor het model. Hiermee kun je kijken of er significante variatie is in intercepts en slopes.

Als je de datastructuur negeert, is het een ANCOVA

Net zoals je met het scherm van een multilevel analyse in feite een ANOVA uitvoert als je de hiërarchische structuur negeert, kun je op deze manier ook een ANCOVA uitvoeren. Hierbij voer je de variabele waarvoor je wil controleren ook in bij Covariates en in het model bij Fixed effects.

Met hiërarchische structuur: Random intercepts

Om de analyse een hiërarchische structuur te geven, gebruik je het eerste scherm om de niveau twee variabele aan te geven. Dit doe je door deze variabele in het vak Subjects te plaatsen. De instellingen blijven grotendeels hetzelfde als bij de vorige analyses, bij Fixed hoeft niets veranderd te worden. De intercept wordt in deze analyse echter random gemaakt.

Bij Random geef je aan welke variabele de contextuele variabele is en die sleep je van Subjects naar Combinations. Als je alleen een random intercept wil, vink je Include intercept aan. Bij Covariance type kun je het type covariantie selecteren. Bij een random intercept model is de standaard optie Variance Components prima.

De eerste vraag na deze analyse is of het random maken van de intercept een verschil maakt in het model. Hiervoor gebruik je $X^2_{\text{verandering}}$, de oude -2LL waarde min de nieuwe -2LL waarde. De waarden van de -2LL in het oude en nieuwe model vind je in de output in de tabel Information Criteria bij -2 Log Likelihood. In de tabel Model Dimension bij de kolom Number of Parameters zie je het totale aantal parameters in het model. De $df_{\text{verandering}}$ is het aantal parameters in het nieuwe model min die in het oude model.

De waarde van X^2 verandering en de vrijheidsgraden vergelijk je met de kritieke waarden in de chi-square verdeling om te kijken of de verandering significant is. Als de verandering significant is, betekent dat dus dat de fit van het model is verbeterd door de intercept random te maken, en dat de intercepts verschillen in de verschillende groepen van de niveau 2 variabele.

Random intercepts en slopes

Om te kijken of een random richtingscoëfficiënt (slope) ook toegevoegde waarde heeft, voer je de analyse opnieuw uit. De instellingen van de vorige analyses blijven hetzelfde, behalve bij de knop Random. Selecteer hier de voorspeller vanuit Factors and Covariates en klik op Add.

Bij dit model wordt de -2LL weer vergeleken met die van het vorige model, met één vrijheidsgraad omdat er één nieuwe parameter is toegevoegd. Als deze X^2 verandering significant is, is de fit van het model significant verbeterd door de slope een random coëfficiënt te maken. Er is dus een significante variatie in richtingscoëfficiënten in de verschillende groepen van de niveau 2 variabele.

Daarna kun je kijken of de slopes en intercepts gecorreleerd zijn (of covariëren). Dit doe je door in de analyse bij de knop Random de Covariance type aan te passen. De standaard optie Variance Components ging ervan uit dat de covarianties tussen de intercepts en slopes nul waren. Als je Unstructured selecteert, heb je die aanname niet, en gaat SPSS de covariantie schatten. Deze schatting brengt een nieuwe parameter in het model.

Het teken van covariantie tussen de random slope en random intercept vertelt of de slope en intercept een positieve of negatieve relatie hebben. Een negatieve covariantie, dus een negatieve relatie, betekent dat wanneer de intercept daalt, de slope toeneemt. Een laag beginpunt van de regressielijn gaat dan gepaard met steilere positieve hellingen.

Een interactieterm in het model

Er kan een nieuwe voorspellende variabele worden toegevoegd in het model, en de interactie met de andere voorspeller kan dan gemeten worden. De instellingen in de schermen zijn wederom ongeveer hetzelfde als bij de vorige analyses. Je voegt de nieuwe voorspeller en de interactieterm toe bij Covariates. Bij Fixed voeg je het hoofdeffect van de nieuwe voorspeller toe door op Add te klikken. Voor de interactieterm moet je in het afrolmenu Interaction selecteren.

Je kunt met de output weer de X^2 verandering berekenen. In de tabellen Type II Tests of Fixed Effects en Estimates of Fixed Effects zie je de individuele effecten. De interactieterm is het meest interessant, en om deze interactie te interpreteren, voer je de analyse opnieuw uit apart voor de twee groepen van de nieuwe voorspeller in de interactieterm. Hiervoor moet je de dataset splitten voor die variabele (split file), en de interactie en het hoofdeffect verwijderen uit de analyse. In de output kijk je naar de significantie van de parameters, maar voor het interpreteren van de interactie kijk je vooral naar de richting van het effect, dus of de parameters positief of negatief zijn.

De groeimodellen

Bij een groeimodel is het doel om te kijken naar de verandering van een variabele over tijd. *Polynomials* zijn groeicurven, lijnen met een trend. Eerste orde polynominals zijn lineaire trends, tweede orde polynominals zijn kwadratische trends en derde orde polynominals hebben een derdemachts (cubic) trend. Hogere polynominals betekent een snellere groei. In werkelijkheid heb je zelden trends van de derde orde of hoger.

Er zijn twee belangrijke dingen bij groeicurven: je kunt polynominals toepassen tot één minder dan het aantal tijdstippen dat je hebt. Bij 3 tijdstippen kun je dus alleen een lineaire en kwadratische trend hebben, bij 6 tijdstippen zijn trends tot de vijfde orde mogelijk. Het tweede punt is dat een polynomial een simpele machtsfunctie is. Je test een lineaire trend door alleen de predictorvariabele mee te nemen. Voor een kwadratische formule heb je het kwadraat van de predictor, voor een derdemachts trend heb je predictor³.

Groeimodellen zijn vaak over tijd en met dezelfde personen. De data moet in dit geval anders worden ingevoerd in SPSS dan normaal bij een herhaalde metingen design, omdat alle tijdstippen in dezelfde kolom ‘tijd’ moeten staan. Je kunt in SPSS de gegevens herstructureren bij Data – Restructure. Als je een baseline tijdstip hebt, is het handig om dat tijdstip 0 te noemen.

SPSS

De analyse werkt bijna hetzelfde als eerder. Via Analyze – Mixed Models – Lineair kom je in hetzelfde scherm, waar je eerst de niveau twee variabele invult (bij herhaalde metingen is dit de persoon, de tijdstippen zijn ingebed in de personen). Bij Fixed kan je de trend aangeven die je wilt analyseren. Voor een lineaire trend, vul je alleen de predictorvariabele in (tijd bij herhaalde metingen). Verder kun je bij Random weer de intercept en de slope selecteren, om toe te staan dat deze variëren. Bij een herhaalde metingen analyse kun je bij de covariantie structuur AR(1) aanklikken.

Na het uitvoeren van de analyse met een lineaire trend, kun je een kwadratisch model maken om te kijken of die beter is (de X^2 verandering is dan significant). Om een hogere orde polynomial te maken, selecteer je Build nested terms bij de knop Fixed. Een kwadratische trend krijg je door de predictor met zichzelf te vermenigvuldigen. Dit kan door na het selecteren van de predictor op By* te klikken en nogmaals de predictor te selecteren.

Als de kwadratische trend significant beter is dan de lineaire trend, kun je ook nog testen voor de derde orde trend. Dit specificeer je door predictor x predictor x predictor bij Fixed als model aan te geven.

In de tabellen met de fixed effects en de parameter schattingen in de output kun je kijken of de trends het patroon van de data over tijd goed beschrijven. Trends zijn altijd benaderingen. Er zijn meer mogelijke trends dan hier beschreven, zoals exponentieel en logaritmisch.

Het rapporteren van een multilevel model

Er zijn geen vaste richtlijnen hoe je een multilevel model rapporteert, omdat ze veel verschillende vormen kunnen aannemen. Het is handig alle stappen omtrent het maken van het model te vermelden, dus het proces waarbij je van een model met alleen vaste coëfficiënten naar een model met random coëfficiënten bent gegaan. Het model zelf kun je noteren als een ANOVA met de F-waardes en vrijheidsgraden voor de vaste effecten en de parameters voor de random effecten in de tekst. Rapporteren als een regressie kan ook, waarbij je de parameters in een tabel zet.