Hoofdstuk 2

2.1

We gaan nu de multiple comparison procedure (MCPs) bespreken, waarin de groepsgemiddelden worden vergeleken. Een MCP wordt gebruikt in de volgende situatie:

- Er zijn op zijn minst drie groepen
- De nulhypotheses van de ANOVA toets is verworpen.

We hebben dan een MCP nodig om te kunnen bepalen welke gemiddelden of combinatie van gemiddelden verschillend zijn. MCPs kunnen alleen gebruikt worden wanneer de levels van de onafhankelijke variabele vastgezet (fixed) zijn.

Een contrast is een gewogen combinatie van de gemiddelden. Het is gedefinieerd als:

$$\psi_i = c_1\mu_{.1} + c_2\mu_{.2} + \ldots + c_J\mu_{.J} \qquad (23)$$

cj staat voor de contrast coëfficiënt. Deze coëfficiënt kan negatief, nul, of positief zijn. Hij wordt gebruiktom een bepaald contrast te bepalen enstaat voor het populatiegemiddelde van de groepgroepsgemiddelde

Een contrast is simpel gezegd een combinatie van groepsgemiddelden van de popuatie die de onderzoeken wil vergelijken.

Om een eerlijk contrast te vormen,sum van cj =0 voor de ongelijke n’s geval enn som (nj,cj) =0 voor de ongelijke n’s geval.

Wanneer we een contrast gaan toetsen, zijn de nul en alternatieve hypothese als volgt:

$$H_0: \psi_i = 0$$
$$H_1: \psi_i \neq 0$$

We gaan dus toetsen of deze bepaalde combinatie van gemiddelden verschillend is. Dit kan in verband worden gebracht met de omnibus f-toets. De nul en alternatieve hypothese voor de ombnibus f-toets, geschreven in contrasten, zijn als volgt:

$$H_0: all\ \psi_i = 0$$
$$H_1: \text{at least one } \psi_i \neq 0$$

Contrasten kunnen worden verdeeld in simpele of pairwise contrasten (daarin zijn maar twee gemiddelden), en complexe of nonpairwise contrasten (meer dan twee gemiddelden). Je kan makkelijk berekenen hoeveel mogelijke simpele contrasten er zijn. Dit kan worden berekend door 0.5[J(J-1)] in te vullen. Bijvoorbeeld als er J=3 (groepen) dan zijn er 0.5[3{3-1)]=3 mogelijke simpele contrasten.

De hoeveelheid complexe contrasten is groter dan het aantal simpele contrasten wanneer J is groter of gelijk aan 4. De totale hoeveelheid simpele en complexe contrasten is [1+0.5(3J-1)-2J]. Dus voor J=4, zijn er [1+0.5(34-1)-24] = 25 contrasten.

De meeste MCPs zijn gebaseerd op dezelfde toets, namelijk de standaard t-toets:

$$t = \frac{\psi'}{s_{\psi'}} \tag{24}$$

Waarin staat voor de standaardfout (standard error) van de contrasten:

$$s_{\psi'} = \sqrt{MS_{error} \sum_{j=1}^{J} \frac{c_j^2}{n_j}} \tag{25}$$

De “prime” in deze formule staat voor de steekproef geschatte waarde van het contrast van de populatie. nj staat voor het aantal observaties in groep j.

Er zijn specifieke typen contrasten. Een manier om deze te splitten is of de contrasten geformuleerd zijn voor het onderzoek of na een significante F omnibus toets:

Gepland contrast (planned contrast, specific, or a priori contrast). Deze zijn geformuleerd voordat de data was verzameld. De contrasten zijnis voornamelijk gebaseerd op theorie, voorafgaand onderzoek of specifieke hypothesen. De onderzoeker is voornamelijk geïnteresseerd in bepaalde contrasten. Er worden minder geplande contrasten gedaan, aangezien ze veel specifieker zijn dan post hoc contrasten. Dus geplande contrasten zijn specifieker, en hebben dus ook een smaller betrouwbaarheidsinterval, ze zijn sterker en hebben een hogere kans op een type I fout.

Post Hoc contrasten (unplanned or posteriori or post-mortem contrasten). Deze contrasten worden alleen geformuleerd na een significante F omnibus toets. De onderzoeker kan de family-wise fout meenemen in zijn onderzoek, om zijn risico op een Type I fout te verkleinen.

In een post hoc contrast kan de onderzoeker te maken krijgen met family-wise Type I fout. Een onderzoeker kan deze kans verkleinen door of een alpha-level voor elk contrast in te zetten (contrast – based), of een alpha-level voor een familie van contrasten in te zetten (family-wise). De keuze ligt aan welke MCP is gekozen. Wanneer het alpha-level voor een bepaalde familie is gezet, betekent alpha de kans op het maken van op zijn minst een type I fout in de familie van contrasten.

Voor orthogonal (onafhankelijk) geldt het volgende:

$$\alpha_{fw} = 1 - (1 - \alpha_{pc,})^{c} \tag{26}$$

Waarin c= J-1 orthogonale contrasten.

Wanneer er nonorthogonale contrasten zijn, geld het volgende:

$$\alpha_{fw} \leq c\alpha_{pc,} \tag{27}$$

We kunnen zeggen dat een set van contrasten orthogonaal is wanneer ze onafhankelijke bronnen van variatie hebben Voor J groepen, kan je J-1 orthogonale contrasten samenstellen,maar er kunnen meer dan één set van orthogonale contrasten zijn. In het geval van gelijke n's zijn twee contrasten gedefinieerd als orthogonaal wanneer de producten van deze contrast coëfficiënten 0 zijn. Het volgende geldt:

$$\sum_{j=1}^{J}(cjcj') = 0 \qquad (28)$$

Of de contrasten orthogonaal zijn, hangt dus af van de contrastcoëfficiënten en niet van de groepsgemiddelden.

In het geval van ongelijke n's, twee contrasten zijn orthogonaal wanneer het volgende geld:

$$\sum_{j=1}^{J}\frac{c_j c_{j'}}{n_j} = 0 \qquad (29)$$

Omdat er nu een teller en een noemer zijn, is het moeilijker om een orthogonale set van contrasten te vinden.

2.2

Er zijn verschillende typen MCPs. We zullen de MCPS bespreken die goed te gebruiken zijn, populair zijn en de beste controle hebben over de Type I en Type II fout. De eerste procedures zijn voor de simpele contrasten, de rest is voor post hoc contrasten:

Planned analysis of Trend

Deze methode is nuttig wanneer een groep verschillende kwantitatieve levels van een groep heeft, zoals interval of ratio levels (leeftijd). Met deze methode kunnen we zien of de steekproef gemiddelden veranderen wanneer er een verandering is in de hoeveelheid van de onafhankelijke variabele. De definitie van trend analysis is: Orthogonale polynomials en we gaan ervan uit dat de levels van de onafhankelijke variabele gelijk zijn verspreid en dat het aantal observaties per groep hetzelfde is. Orthogonale polynomial contrasten gebruiken een standaard t-toets, die wordt vergeleken met de kritische waarde.

Orthogonale polynomial contrasten hebben twee concepten, namelijk orthognale contrasten (onafhankelijk) en polynomiale regressie. Een polynomiale regressie kan lineair (rechte lijn), kwadratisch (U-vorm) of een derdegraads (cubic) vorm (S-vorm) hebben. We weten van de orthogonale contrasten dat er J groepen zijn, en dat er dan dus J-1 orthogonale contrasten in een set zitten. Vanuit deze twee dingen kunnen we concluderen dat een set van orthogonale contrasten kan worden gevormd, waarin het eerste contrast een rechte lijn volgt, de tweede een kwadratische trend volgt en de derde een derdegraads trend volgt. Dus voor J groepen, is de hoogste orde die kan worden bereikt J-1. De contrast coëfficiënten voor dit zijn als volgt: (meer van deze waarden kunnen worden gevonden in tabel A.6.)

	C1	C2	C3	C4
ψlinear	-3	-1	+1	+3
ψquadratic	+1	-1	-1	+1
ψcubix	-1	+3	-1	+1

Een onderzoeker is meestal niet geïnteresseerd in polynomialen die in een hogere orde zitten dan de derdegraads orde, aangezien het dan erg moeilijk te begrijpen en te interpreteren is.

De standaardfout voor de lineaire, kwadratische en derdegraads trend worden berekend met formule (25). Het lijkt nu alsof we dus voor elk dezelfde standaardfout zouden krijgen, maar omdat er dus verschillende contrastcoëfficiënten worden ingevuld in de formule is dit niet het geval. Daarna wordt de toetsingsgrootheid berekend door het gebruik van de contrast coëfficiënten en de waardes van het gemiddelde

$$t_{linear} = \frac{c1\overline{Y1} + c2\overline{Y2} + c3\overline{Y3} + c4\overline{Y4}}{s_{\psi'}} \quad (30)$$

Wanneer de toetsingsgrootheid voor de lineaire trend significant is (t-toets is groter dan de kritische waarde), maar de toetsingsgrootheden voor de hogere orde trends zijn niet significant, zullen we een lineaire trend zien in een grafiek. Er zijn nog twee aanmerkingen op de orthognoal polynomial contrasten, namelijk dat je binnen het gebied van de levels die je onderzoekt moet blijven, aangezien er verschil kan zijn wanneer je buiten dit gebied gaat. Daarnaast is het in het geval van ongelijke n's moeilijk om een set van orthognonale contrasten te formuleren. Daarnaast moet je er rekening mee houden in de contrastcoëfficiënten wanneer de levels niet gelijk zijn verdeeld.

Planned orthognal contrasts (POC)

Bij deze MCP zijn de contrasten van te voren bepaald door de onderzoeker. Deze contrasten zijn orthogonaal. Deze procedure is contrast-based. In POC wordt ook de standaard t-toets gebruikt en deze wordt vergeleken met de kritische waarde. Daarnaast worden de standaardfouten berekend met formule (25). En de toetsingsgrootheid wordt berekend met formule (30).

Er zit aan de POC procedure wel een praktisch probleem, het zou namelijk kunnen dat de contrasten waarin de onderzoeker geïnteresseerd is, niet orthogonaal zijn, of dat de onderzoeker niet geïnteresseerd is in alle contrasten van een bepaalde orthogonale set van contrasten. Een ander probleem met deze methode ontstaat wanneer er een ongebalanceerd ontwerp is, dus dat er een orthogonale set van contrasten wordt geconstrueerd ten koste van contrasten die wel handig zijn. Dus:

- wanneer je geïnteresseerd bent in niet orthogonale contrasten, gebruik een andere MCP;
- wanneer je niet geïnteresseerd bent in alle contrasten van een orthogonale set, gebruik een andere MCP;
- wanneer het ontwerp ongebalenceerd is en dus de orthogonale contrasten die gevormd zijn niet bruikbaar zijn, gebruik een andere MCP.

Planned contrasts with Reference Group: Dunnet Method

Deze test toetst simpele contrasten met een referentie groep, die met elkaar worden vergeleken. Er zijn J-1 groepen. Deze methode is een family-wise MCP en is iets sterker dan de Dunn procedure (een andere family-wise MCP). Ook hier wordt de standaard t-toets gebruikt. Deze wordt vergeleken met de kritische waarden uit tabel A.7. De standaard error wordt als volgt berekend:

$$s_{\psi'} = \sqrt{MS_{error}\left[\frac{1}{nc} + \frac{1}{nj}\right]} \quad (31)$$

c staat hier voor de referentie groep, en j is de groep waarmee deze wordt vergeleken. Voor de toetsingsgrootheid gebruiken we formule (30).

Planned Contrasts Dunn (Bonferroni) and Dunn-Sidak methods

De Dunn-methode is ook een family-wise MCP. En het-toetst of simpele of complexe contrasten voor een gebalanceerde en ongebalanceerde ontwerpen. Deze test gebruikt de standard t-toets, maar er is een verschil. De alpha is opgesplitst tussen de set van geplande contrasten. Normaal is het alpa level per contrast gezet op alpha/c , met c als het aantal contrasten.

$$(\alpha_{pc} = \alpha_{fw}/c).$$

Deze methode gebruikt de standaard t-toets die wordt vergeleken met de kritische waarde uit tabel A.8. De standaardfouten worden berekend met formule (25) en hier wordt ook de toetsingsgrootheid berekend met formule (30). Dus met dezelfde data, zal het dezelfde toetsingsgrootheid geven als de POC methode. Maar bij deze methode gebruiken we een andere kritische waarde, dus zullen de conclusies verschillen. Bij de Dunn methode zijn de kritische waarden groter dan in de POC methode, dus is het moeilijker om de nulhypothese te verwerpen. Deze methode is minder sterk.Een modificatie van deze methode wordt de Dunn-Sidak procedure genoemd, die sterker is en die net andere kritische waarden gebruikt.

Complex Post Hoc Contrasts: Scheffe and Kaiser-Bowden Methods

De Scheffe methode kan worden gebruikt voor elk soort contrast, orthogonaal of niet orthogonaal, simpel of complex, gepland of post-hoc. Deze test is erg algemeen, waardoor hij niet zo sterk is. Deze test wordt vooral gedaan met complexe post hoc contrasten. Dit is de enige methode die dezelfde resultaten genereert als de F-waarden van de ANOVA. Dus wanneer de F-waarde bijvoorbeeld niet significant is, is geen een van de contrasten in de familie significant in de Scheffe methode. We gebruiken bij deze methode weer de standaard t–toets, en die wordt vergeleken met de kritische waar de uit table A.4. Deze kritische warden zijn groot, daarom is deze methode minder goed. Ook hier wordt de standaarfout berekend met formule (25) en de toetsingsgrootheid met formule (30).

Deze resultaten lijken hetzelfde als die van de Dunn procedure, alleen wordt er hier vergeleken met een andere kritische waarde. Bij de Scheffe test zijn de kritische waarden groter, dus het is conservatiever.

Een modificatie van de Scheffe methode is de Kaiser-Bowden methode, deze wordt gebruikt voor groepen met ongelijke variaties.

Simple Post Hoc Contrasts: Tukey HSD, Tukey-Kramer, Fisher LSD, and Hayter Tests.

De Tukey's honestly significant difference (HSD) toets is een van de populairste post hoc MCPs. Het is een family-wise procedure en is het handigst voor het kijken naar simpele contrasten met gelijke n's per groep. De eerste stap voor deze methodeis het ordenen van de gemiddelden van groot naar klein. De toetsingsgrootheid is als volgt berekend:

$$q_i = \frac{\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{.j'}}{s_{\psi'}} \qquad (32)$$

where

$$s_{\psi'} = \sqrt{\frac{MS_{error}}{n}} \qquad (33)$$

i laat een specifiek contrast zien

j en j' laat de twee groepsgemiddelden die worden vergeleken zien

n is het aantal observaties per groep (er moet gelijke n's per groep zijn)

Deze toetsingsgrootheid wordt vergeleken met de kritische waarde uit tabel A.9,waar de vrijheidsgraden gelijk zijn aan J(n-1). Je begint met het vergelijken van de grootste simpele verschil tussen alle gemiddelden. Wanneer dit verschil niet significant is, kun je stoppen met de analyse, want dan zal geen enkel simpel verschil significant zijn. Wanneer het wel significant is, ga je door met het vergelijken totdat er een niet significant verschil is gevonden.

De HSD toets heeft controle over de family-wise fout en gaat uit van normaliteit, homogeniteit en gelijke n's. Deze methode is sterker dan de Dunn of Scheffe methode voor het testen van alle mogelijke simpele contrasten, maar de Dunn methode is beter voor het testen van niet alle simpele contrasten.

Dus er is een andere test nodig voor een situatie met ongelijke n's. Er zijn verschillende mogelijkheden. Bijvoorbeeld de Tukey-Kramer modification. Ook deze test gaat uit van normaliteit en homogeniteit. De toetsingsgrootheid is hetzelfde als de HS, alleen de standaardfout wordt anders berekend, namelijk:

$$s_{\psi'} = \sqrt{MS_{error}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\right]} \qquad (34)$$

De kritische waarde wordt bepaald op dezelfde manier als de Tukey HSD procedure.

Een ander alternatief is de Fischer's least significant difference (LSD) test, (protected t-test). Dit is een sequentiële methode (erop volgende), waarbij een significante ANOVA F-waarde wordt opgevolgd bij de LSD toets, waarmee alle simpele t-toetsen worden bekeken. Ook hier wordt de t-toets vergeleken met de kritische waarde. Ook de LSD toets heeft goede controle over de family-wise fout, in een situatie van drie groepen. Maar wanneer er meer dan drie groepen zijn, verkleint deze controle erg snel. Dus voor de situatie van drie of meer groepen wordt de Hayter toets gebruikt. Deze is sterker dan de Tukey HSD en heeft goede controle over de family-wise fout.

Simple Post Hoc Contrasts for Unequal Variances: Games-Howel, Dunnet T3 and C-Tests.

Deze testen worden gebruikt wanneer er ongelijke groep variaties zijn. De Dunnet T3 wordt gebruikt wanner n<50, de Games-Howell wanneer n>50. De C-tets is een beetje hetzelfde als de Games-Howell toets.

Deze opvolgende toetsen zijn allemaal gebaseerd op de ANOVA toets. Maar we hebben ook de Kruskal-Wallis toets gezien, die erg lijkt op de ANOVA toets. Er zijn een paar post hoc procedures die handig zijn om een significante Kruskal-Wallis toets op te volgen. Deze niet-parametrische (non-parametrische) opvolgende toetsen zijn gelijk aan de Scheffe and Tukey HSD methoden. De simpele of complexe contrasten kunnen worden gevormd in een parametrische situatie. De toetsingsgrootheid is Z en deze wordt als volgt berekend:

$$Z=\frac{\psi'_i}{s_{\psi'}} \qquad (35)$$

Waar de standaardfout in de noemer als volgt wordt berekend:

$$s_{\psi'}=\sqrt{\frac{N(N+1)}{12}\sum_{j=1}^{J}\left(\frac{c_j^2}{n_j}\right)} \qquad (36)$$

In deze formule is N het totale aantal observaties. Voor de Scheffe methode wordt de Z-waarde vergeleken met de kritische waarde uit de chi2 tabel uit tabel A.3. Voor de Tukey HSC methode wordt de Z-waarde vergeleken met de kritische waarde verkregen uit de tabel A.9.

2.3

Dit zijn de stappen voor de Tukey HSD in SPSS (zie pagina 73-75 voor de uitkomsten):

1. Uit de “Univariate” box, klik op “Post Hoc” om verschillende post hoc MCPs te selecteren. Of je kan klikken op “contrast” om verschillende geplande MCPS te selecteren.
2. (Post Hoc MCP). Sleep de onafhankelijke variabele van de “Factor(s)” list naar de “Post Hoc Tests for” box. Selecteer de juiste MCP voor de situatie. (Wij selecteren “Tukey”). Klik op “continue” om terug te gaan naar de orginele box, en klik op “OK”.
3. (Planned MCP). Klik op “contrasts” en scroll naar beneden naar “Polynomial”.
4. Klik op “Change” en selecteer “Polynomial” en versleep het zodat het naar de onafhankelijke variabele staat. Deze methode zorgt ervoor dat je kan testen voor lineaire, kwadratische en derdegraads contrasten. Klik dan op “continue” en ga terug naar de “univariate” box.