

## Hoorcollege 5

### **Variabiliteit**

Er zijn drie bronnen van variabiliteit:

1. Aankomsten van orders of klanten: Aankomsten zijn bijna nooit helemaal regelmatig en door variabele routings en bewerkingstijden kan bij bewerkingen stroomafwaarts nieuwe aankomst variatie ontstaan.
2. Beschikbaarheid van resources: Denk hierbij aan machine-uitval, vrije dagen of ziekte. In berekeningen gaan we wel uit van een constante beschikbaarheid.
3. Bewerkings- of bedieningstijd: Klanten die bediend worden, brengen bijna altijd variatie mee. Dat komt doordat elke klant verschillend is. Bewerkingstijden variëren door de ordermix en door onzekerheid.

Buffers zijn noodzakelijk zodra er enige variatie is. Er bestaan drie vormen van buffering:

- Buffering via (wacht)tijd: De klant wacht op de service of het product.
- Buffering via (over)capaciteit: De capaciteit wacht op orders.
- Buffering via voorraad aanleggen: Het product wacht op behoefte.

### **Wachtrijtheorie**

Als er variatie is, zal het realiseren van 100% bezetting onmogelijk worden. Dit zou wachttijden namelijk opdrijven tot oneindig. Bij de wachtrijtheorie focussen we op loketwachttijd en dus niet op stapel-, assemblage- en perronwachttijd.

Variatie in wachtrijmodellen wordt weergegeven via de coëfficiënt van variatie (CV):

$$CV = \frac{\text{Standaarddeviatie}}{\text{Gemiddelde}}$$

$CV_a$  en  $CV_p$  zijn twee bronnen van variatie.  $CV_a$  slaat op de inter-arrival times (tussenaankomsten). Dit is de (variabele) tijd tussen twee klant- of orderaankomsten.  $CV_p$  slaat op de processing times (bedienings-/bewerkingstijd). Dit is de (variabele) tijd die nodig is om de klant of order te verwerken. Bij een normale verdeling specificeren we het gemiddelde en de standaarddeviatie.

Bij een exponentiële verdeling geldt:

$$\text{Gemiddelde} = \text{Standaarddeviatie} \rightarrow CV=1$$

Random aankomsten kenmerken zich door een Poisson proces. Dan is het aantal aankomsten per tijdseenheid Poisson en de tussenaankomsttijd exponentieel verdeeld. Bij de formules van de wachtrijtheorie gaat men uit van één wachtrij (klanten/orders) en  $m$  bedieners (mensen/machines).

### **Notatie van formules**

G/G/m, G/G/1 of M/M/1 systemen. Als de eerste letter een G is, betekent dit dat het generiek verdeeld is (alles mag).

Als de 1<sup>e</sup> letter een M is, betekent dit dat er een exponentiële verdeling wordt verondersteld.

Als de 1<sup>e</sup> letter een D is, betekent dit dat er een constante verdeling wordt verondersteld (CV=0).

De 2<sup>e</sup> letter stelt de bedieningsduren voor. De 3<sup>e</sup> letter geeft het aantal bedieners weer. Dit kan  $m$  of 1 zijn.

$$G/G/m: T_q \approx \left(\frac{p}{m}\right) \times \left(\frac{u \sqrt{2(n+1)-1}}{1-u}\right) \times \left(\frac{CV_a^2 + CV_p^2}{2}\right)$$

$$G/G/1: T_q \approx p \times \left(\frac{u}{1-u}\right) \times \left(\frac{CV_a^2 + CV_p^2}{2}\right)$$

$$M/M/1: T_q \approx p \times \left(\frac{u}{1-u}\right)$$

Waarin:

$T_q$ : Waiting time (time in queue)

$p$ : average processing time;

$a$ : average interarrival time

$u$ : Utilisation level

$CV_a$ : Coefficient of variation of interarrival times

$CV_p$ : Coefficient of variation of processing times

Een verlaging van de gemiddelde bewerkingstijd heeft een direct effect op de wachttijd én heeft een heel sterk indirect effect via de dalende utilisation level. Vermindering van de variatie zorgt voor een uniforme daling van wachttijden. Variatiereductie maakt hogere bezetting/out bij gelijke wachttijd mogelijk of een gereduceerde wachttijd bij gelijke bezetting. Wachttijd reductie kan ook via pooling. Pooling betekent dat je  $m$  wachtrijen met  $m$  afzonderlijke bedieners combineert tot één. Ook in dat geval daalt toch de gemiddelde wachttijd met een factor  $>m$ . Deze daling noemen we het **pooling effect**. Pooling heeft echter ook een aantal beperkingen. Pooling heeft minder effect als de klant zelf ook al de korste wachtrij herkent en hiervoor kiest. Je hebt bij pooling ook bedieners nodig die meer soorten bedieningen kunnen doen. Een derde beperking is dat een klant graag een vast aanspreekpunt wil. Er kunnen bovendien setups ontstaan bij het switchen tussen klanttypen. Als laatste kan de variatie in bedieningsduren toenemen als bedieningen met lange en korte duren gecombineerd worden.

Naast de werkelijke wachttijd, bestaat er voor de klant ook een wachttijdperceptie. Zo zijn er een aantal situaties waarin de wachttijd langer voelt. Bijvoorbeeld wachten in onzekerheid of onvoorspelbare wachttijd voelt langer. Wachten in langzame, maar korte rijen voelt daarentegen juist korter. Er zijn veel mogelijkheden om wachtrijen korter te laten voelen voor klanten.